

教师资格考试标准预测试卷
数学学科知识与教学能力（初级中学）
卷（一）~（五）
(科目代码:304)

目 录

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(一) (1)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(二) (8)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(三) (14)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(四) (19)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)标准预测试卷(五) (25)

6. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 0, f'(1) = 1$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f[\ln(1+x^2) + 1]}{(\sqrt{1+x} - 1)\arctan x} = (\quad)$ 。

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

7. 关于三角形关系的描述, 初中有“大角对大边”, 高中有“正弦定理”, 这个研究过程的思路主要表现为()。

A. 从理论到实际

B. 从一般到特殊

C. 从定性到定量

D. 从有限到无限

8. 下列不属于义务教育数学课程总目标的是()。

A. 获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验(简称“四基”)

B. 体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系, 运用数学的思维方式进行思考, 增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力

C. 了解数学的价值, 提高学习数学的兴趣, 增强学好数学的信心, 养成良好的学习习惯, 具有初步的创新意识和实事求是的科学态度

D. 开阔数学视野, 形成批判性的思维习惯, 崇尚数学的理性精神, 树立辩证唯物主义和历史唯物主义世界观

二、简答题(本大题共5小题, 每小题7分, 共35分)

9. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = 0, P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$, 则 A, B, C 中至少发生一个的概率是多少? A, B, C 都不发生的概率是多少?

10. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 满足 $f([a, b]) \subseteq [a, b]$ 。证明: 存在 $x_0 \in [a, b]$, 使得 $f(x_0) = x_0$ 。

11. 讨论 a 取何值时, 下述线性方程组有唯一解? 有无穷多解? 无解?

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1. \end{cases}$$

12. 简述初中数学教学中数学学习评价的要点。

13.《义务教育数学课程标准(2011 年版)》指出,教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。谈谈你对有效的教学活动的看法。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ 。证明: A 可对角化,并求可逆矩阵 T ,使得 $T^{-1}AT$ 为对角矩阵。

四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15. 阐述在数学教学过程中如何处理好教师教与学生学的关系。

五、案例分析题(本大题共 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

李老师在进行“二元一次方程组”的教学时,给学生出了一道练习题:

解方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 5, & \text{①} \\ 2x - 2y = 2。 & \text{②} \end{cases}$$

某学生的解题过程如下:

解:① - ② 得

$$-y = 3 \quad (\text{第一步})$$

$$\text{即 } y = -3$$

把 $y = -3$ 代入 ① 中得

$$2x + (-3) = 5 \quad (\text{第二步})$$

$$\text{解得: } x = 4 \quad (\text{第三步})$$

$$\text{所以此方程的解为 } \begin{cases} x = 4, \\ y = 3。 \end{cases} \quad (\text{第四步})$$

问题:

- (1) 请指出该生在哪一步出现错误,并分析产生错误的原因;(4 分)
- (2) 给出正确的解答过程;(6 分)
- (3) 如何防范学生出现这样的错误?(10 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17.“二次根式”是初中阶段学习的一个非常重要的内容,是在学生学习了平方根、立方根等内容的基础上进行的。本章的学习将为今后进一步学习根式奠定基础。本课对学生的要求是①理解二次根式的概念和意义;②用二次根式的意义和性质求取值范围;③会初步运用二次根式的性质解决简单的实际问题。

请完成下列任务:

- (1) 给出本课程“二次根式”概念的课题引入环节,并写出设计意图;(10 分)
- (2) 根据教学要求设计教学环节,给出两个例子以进行知识探究,并写出设计意图。(20 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学) 标准预测试卷(二)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 下列函数在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是()。

A. $y = e^x$

B. $y = \ln |x|$

C. $y = 1 - x^2$

D. $y = \frac{1}{1 - x^2}$
2. 若 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 6\lambda x_2x_3$ 是正定二次型,则 λ 的取值范围是()。

A. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

B. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

C. $\left[-\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right]$

D. $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$
3. 点 $A(4, -3, 1)$ 在平面 $\pi: x + 2y - z - 3 = 0$ 上的投影是()。

A. $(5, -1, 0)$

B. $(5, 1, 0)$

C. $(-5, 1, 0)$

D. $(5, -1, 1)$
4. 设事件 A 与事件 B 互不相容,则()。

A. $P(\overline{A}\overline{B}) = 0$

B. $P(AB) = P(A)P(B)$

C. $P(A) = 1 - P(B)$

D. $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$
5. 若三阶方阵 A 的特征多项式为 $f(\lambda) = \lambda^3 - 7\lambda + 6$,则 $|A| = ()$ 。

A. -6

B. -4

C. 4

D. 6
6. 下列级数中,不收敛的是()。

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(n + \frac{1}{n}\right)^n}{n^{n+\frac{1}{n}}}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n + 1}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

7. 下列关于有理数系说法错误的是()。

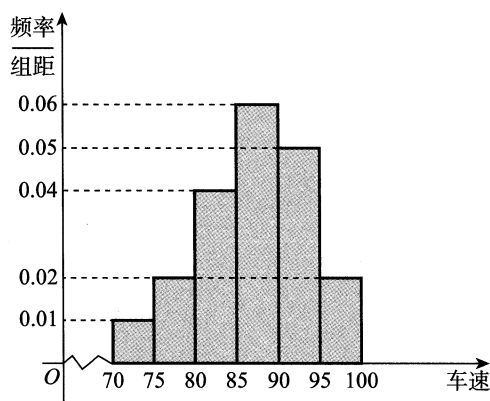
- A. 有理数系具有连续性
- B. 有理数系具有稠密性
- C. 正有理数、0、负有理数统称有理数
- D. 有理数的除法(除数不为0)具有封闭性

8. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》从数学思考方面具体阐述课程总目标时指出,建立数感、符号意识和空间观念,初步形成几何直观和运算能力,发展形象思维与()。

- A. 具体思维
- B. 创新思维
- C. 直觉思维
- D. 抽象思维

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 我市某中学一研究性学习小组,在某一高速公路服务区,从小型汽车中按进服务区的先后顺序,每间隔 5 辆就抽取一辆的抽样方法抽取 40 名驾驶员进行询问调查,将他们在某段高速公路的车速(km/h)分成六段: $[70,75)$, $[75,80)$, $[80,85)$, $[85,90)$, $[90,95)$, $[95,100)$,统计后得到如图所示的频率分布直方图。



(1) 此研究性学习小组在采样中,用到的是什么抽样方法? 并求这 40 辆小型汽车车速的众数和中位数的估计值;(2 分)

(2) 从车速在 $[80,90)$ 的车辆中任意抽取 3 辆车,求车速在 $[80,85)$, $[85,90)$ 内都有车辆的概率;(2 分)

(3) 若从车速在 $[70,80)$ 的车辆中任意抽取 3 辆,求车速在 $[75,80)$ 的车辆数的数学期望。(3 分)

10. 设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数, 证明: 存在 $\xi \in [a, b]$, 使得 $\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b - a)$ 。

11. 设 $P(x)$ 为多项式, a 是 $P(x) = 0$ 的 r 重根, 证明: a 是 $P'(x) = 0$ 的 $r - 1$ 重根。

12. 简述一元一次方程在中学数学课程中的作用。

13.《义务教育数学课程标准(2011 年版)》指出：“推理是数学的基本思维方式,也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。”请简要分析在实际教学中应怎样培养学生的推理能力。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 直线方程 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 的系数满足什么条件才能使:

(1) 直线与 x 轴相交;(2) 直线与 x 轴重合;(3) 直线与 x 轴平行。

四、论述题(本大题共1小题,15分)

15. 叙述数学教育评价的含义,并阐述数学教育评价的作用。

五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

在进行《同底数幂的运算》这一教学内容的拓展课时,同一道题目两位教师采用了不同的教学方法,下面分别是教师甲和教师乙的教学片段。

【教师甲】

师:现在我要用一道抢答题来考考你们,已知三个数字2,3,4,你能从中任取两个数字组成算式,使其运算结果最大吗?(有人脱口而出 $3 \times 4 = 12$)

师(微笑而不作答):想想我们都学过了哪些运算?(停顿)

生1:4的3次方!

生2:不对,是3的4次方!(其他同学点头表示认同)

师:3的4次方这里进行的是什麼运算呢?这里的3叫作什麼?4叫作什麼?

生:幂运算,3叫作底数,4叫作指数。

师:那这三个数还能组成哪些幂呢?学生进行小组讨论。

【教师乙】

师:根据上节课的学习,现在给大家出一道题:已知有三个数字,2,3,4,任取其中两个数组成算式,最大的组合是哪个?这里老师先把可能的结果罗列出来,大家进行判断。可能的结果有 2×3 , 2×4 , 3×4 , 2^3 , 2^4 , 3^2 , 3^4 , 4^3 , 4^2 ,大家可以计算出哪个最大?

生1: $3 \times 4 = 12$ (脱口而出)

师:抬手示意其坐下没有进行理会。

学生经过计算后得到3的4次方是最大的。

师：那么现在给出大家1,3,5这三个数，同样是任取其中两个数组成算式，哪个算式最大呢？小组交流讨论。（教师乙在小组交流时进行巡视，并参与到各小组的交流中进行指点）

（1）《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出，“有效的数学活动是教师教与学生学的统一”，教师应成为学生学习活动的组织者、引导者、合作者。请说明这两位教师的教学是否符合要求？（8分）

（2）请说明组织数学探究活动时，需要注意哪些事项？（12分）

六、教学设计题（本大题共1小题，30分）

17. 针对“勾股定理”的内容，请你完成下列任务：

（1）叙述勾股定理的内容；（5分）

（2）设计“勾股定理”的教学过程（只要求写出新课导入、定理形成与证明过程），并说明设计意图；（10分）

（3）借助“勾股定理”，简述如何提高学生对几何图形的认识和积累？（15分）

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(三)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 设有非零向量 a, b, c , 若 $a \cdot b = 0, a \times c = 0$, 则 $b \cdot c = (\quad)$ 。

- A. 0
B. -1
C. 1
D. 3

2. 若非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_3 = \lambda - 1, \\ \lambda x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases}$$
 有无穷多解, 则 $\lambda = (\quad)$ 。

- A. 4
B. 3
C. 2
D. 1

3. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 $x \ln x$, 则 $f'(x) = (\quad)$ 。

- A. $-\frac{1}{x^2}$
B. $\ln x$
C. e
D. $\frac{1}{x}$

4. 已知随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = \frac{C}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$, 则常数 C 等于 $(\quad)$ 。

- A. 1
B. e
C. e^{-1}
D. e^{-2}

5. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n (\quad)$ 。

- A. 都收敛
B. 都发散
C. 敛散性不同
D. 同时收敛或同时发散

6. 设 V 是数域 P 上的三维线性空间, $\mathcal{A}$ 是 V 上的线性变换。若 $\mathcal{A}$ 在基 ξ_1, ξ_2, ξ_3 下的矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 则 $\mathcal{A}$ 在基 $\xi_3, 2\xi_2, \xi_1$ 下的矩阵为()。

A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

7. 下列属于情感态度目标明确的是()。

- A. 建立数感、符号意识和空间概念
- B. 学会独立思考, 体会数学的基本思想和思维方式
- C. 体会数学的特点, 了解数学的价值
- D. 建立模型, 掌握数与代数的基础知识和基本技能

8. 创新意识的培养是现代数学教育的基本任务, 学生自己()是创新的基础。

- A. 发现和提出问题
- B. 独立思考, 学会思考
- C. 独立思考, 归纳概括
- D. 学会思考, 猜想验证

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 求 X 的数学期望。

10. 已知直线 $l: y = -ax + 1$ 在矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 对应的变换作用下变为直线 $l_1: y = -\frac{x}{b} + \frac{1}{b}$, 求实数 a, b 的值。

11. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶可导, $f(a) = f(b) = 0$, 且存在一点 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) > 0$ 。证明: 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f''(\xi) < 0$ 。

12. 简述平面直角坐标系在中学数学课程中的作用。

13.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出：“学习评价的主要目的是全面了解学生数学学习的过程和结果,鼓励学生学习和改进教师教学。”请简要分析学习评价有哪些功能。

三、解答题(本大题共1小题,10分)

14. 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{\sin t}{\sin x} \right)^{\frac{x}{\sin t - \sin x}}$, 讨论函数 $f(x)$ 的连续性, 并指出间断点的类型。

四、论述题(本大题共1小题,15分)

15. 导入环节的类型主要有哪几种? 简要叙述, 并举例说明其适用情况。

五、案例分析题(本大题共 1 小题,20 分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

下面是某学生的作业:

按要求进行计算并说明理由, $\sqrt{16}$ 的算术平方根是什么?

答案:4, 因为 $\sqrt{16} = 4$ 。

$\sqrt{4}$ 的平方根是什么?

答案:2, 因为 $\sqrt{4} = 2$ 。

问题:

(1) 请指出该生在解题时出现的错误,并分析原因;(5 分)

(2) 给出解答此类题的一般方法,帮助学生解除疑惑;(5 分)

(3) 简述在初中阶段常用到的数学思想方法(至少列出三种),在根式化简过程中可以用哪些数学方法呢?(10 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17. 在学完“二元一次方程组”的概念后,某教师计划上一节习题课,帮助学生加深对二元一次方程组的认识。

例题:在一个房间里有四条腿的椅子和三条腿的凳子共 16 个,如果椅子腿数和凳子腿数加起来共有 60 个,有几个椅子和几个凳子?

(1) 分别用二元一次方程组 and 一元一次方程对上述问题求解;(5 分)

(2) 写出本节课的教学目标;(10 分)

(3) 设计用二元一次方程求解问题的主要教学过程。(15 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(四)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟, 满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效, 不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 设函数 $f(x) = a\sin x + x\sin 2x$, 在 $x_0 = \pi$ 处取得极值, 则()。
 - A. $a = \pi$, $f(\pi)$ 是极小值
 - B. $a = \pi$, $f(\pi)$ 是极大值
 - C. $a = 2\pi$, $f(\pi)$ 是极小值
 - D. $a = 2\pi$, $f(\pi)$ 是极大值
2. 向量 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 4)^T$, $\alpha_2 = (0, 3, 1, 2)^T$, $\alpha_3 = (2, 1, 5, 10)^T$, $\alpha_4 = (1, -1, 2, 0)^T$ 的极大线性无关组为()。
 - A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$
 - B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
 - C. $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$
 - D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$
3. 已知三点 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$, $C(2, 4, 7)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为()。
 - A. 14
 - B. $5\sqrt{2}$
 - C. $2\sqrt{14}$
 - D. $\sqrt{14}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n} x^n$ 的收敛域为()。
 - A. $[-2, 2)$
 - B. $[-2, 2]$
 - C. $(-2, 2]$
 - D. $(-2, 2)$
5. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 1.6$, $D(X) = 1.28$, 则()。
 - A. $n = 5, p = 0.32$
 - B. $n = 4, p = 0.4$
 - C. $n = 8, p = 0.2$
 - D. $n = 7, p = 0.45$
6. 若 $\beta = (2, 1, t)^T$ 可由 $\alpha_1 = (1, 3, 1)^T$, $\alpha_2 = (-1, 2, 4)^T$, $\alpha_3 = (-2, 1, 5)^T$ 线性表出, 则 $t =$ ()。
 - A. -2
 - B. -3
 - C. 1
 - D. 2

7. 数学活动经验的积累是提高学生()的重要标志。

- A. 数学素养 B. 数学思想
C. 数学能力 D. 基本技能

8. 分类是一种重要的数学思想,分类的过程就是对事物共性的()过程。

- [illegible]

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 求过点 $(1, 0, 4)$, 且平行于平面 $3x - 4y + z - 8 = 0$, 又与直线 $x + 1 = y - 3 = \frac{z}{2}$ 相交的直线的方程。

10. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明: $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 线性无关。

11. 设 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 证明: 在 (a, b) 内存在一点 ξ , 使得

$$\begin{vmatrix} f(a) & f(b) \\ g(a) & g(b) \end{vmatrix} = (b-a) \begin{vmatrix} f(a) & f'(\xi) \\ g(a) & g'(\xi) \end{vmatrix}.$$

12. 在“互联网+”时代, 信息技术的广泛应用正在对数学教育产生深刻影响。请简要说明信息技术在数学教育中的影响。

13. 简述你对《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中“探究证明三角形角平分线定理”这一目标的理解。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 设函数 $f(x) \in C[a, b]$, 并且对任意的 $x \in [a, b]$, 必存在 $y \in [a, b]$, 使得 $|f(y)| \leq \frac{1}{2}|f(x)|$ 。证明: 必定存在 $\xi \in [a, b]$, 使得 $f(\xi) = 0$ 。

四、论述题(本大题共1小题,15分)

15. 针对上课期间教师提出问题后学生出现沉默的现象,分析为什么会出现这种现象,并给出解决办法。

五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:

某校初一年级数学教师针对“平行线的性质”这一课题,拟定了如下教学目标及教学思路。

教学目标:

- ① 掌握两条平行线被第三条直线所截时,同位角相等,内错角相等,同旁内角互补的性质;
- ② 体会两条平行线被第三条直线所截中平行线性质的应用,提高推导论证和逻辑思考的能力;
- ③ 在小组交流合作的探究环节,增强学生的合作意识。

教学思路:

首先,播放幻灯片课件,学生观看图片,了解两条平行线被第三条直线所截的图形,根据图片将两条平行线被第三条直线所截得的角的度数填在表格内。

然后,结合学生的学具进行实际操作,每个人画的两条平行线被第三条直线所截的角度都可能不同,只需测量自己在纸上画的图形的角度,并将表格填好即可。

最后,通过理论推导和动手操作,证实其同位角相等,内错角相等,同旁内角互补的性质,练习过程中,注意规范学生的说理过程。

问题：

- (1) 对该教师拟定的教学目标进行评析；(5 分)
- (2) 你觉得该教师的教学思路有哪些不足之处；(5 分)
- (3) 简要分析初中数学教学中如何培养学生的逻辑推理能力？(10 分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17. 针对平行四边形性质和判定的一节复习课,教学目标如下：

- ① 进一步掌握平行四边形的性质；
- ② 进一步理解平行四边形的判定定理；
- ③ 会运用四边形边、角及对角线之间的关系判断一个四边形是否为平行四边形；
- ④ 通过对平行四边形性质和判定定理的复习,在加深理解与记忆同时,体会数学方法,积累数学活动经验。

根据上述教学目标,完成下列任务：

- (1) 写出平行四边形的性质和判定方法；(5 分)
- (2) 为了落实上述教学目标 ① 中的一个性质,设计教学片段,并说明设计意图；(15 分)
- (3) 针对 ② 中的一个判定定理,设计问题串,来帮助学生进一步理解平行四边形的判定定理。(10 分)

教师资格考试数学学科知识与教学能力(初级中学)

标准预测试卷(五)

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

1. 函数 $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ 的间断点及其类型是()。
 - A. $x = 0$, 可去间断点
 - B. $x = 0$, 跳跃间断点
 - C. $x = 0$, 第二类间断点
 - D. $x = 1$, 跳跃间断点
2. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & a & 0 \end{bmatrix}$, B 是 3 阶非零矩阵, 且 $AB = O$, 则 $a =$ ()。
 - A. -1
 - B. 0
 - C. 2
 - D. 1
3. 已知随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $E(2X + 1) = 5$, 则 $\mu =$ ()。
 - A. 0
 - B. -1
 - C. 2
 - D. 1
4. 平面 yOz 内的一条直线绕 z 轴旋转一周所得的图形不可能是()。
 - A. 旋转单叶双曲面
 - B. 圆柱面
 - C. 圆锥面
 - D. 平面
5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$ 的规范形是()。
 - A. $-z_1^2 - z_2^2 + z_3^2$
 - B. $-z_1^2 - z_2^2 - z_3^2$
 - C. $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$
 - D. $z_1^2 - z_2^2 + z_3^2$
6. 设 $F(x) = \int_{a^x}^{\arctan x} f(t) dt$, $f(x)$ 连续, 则 $F'(x) =$ ()。
 - A. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x f(a^x)$
 - B. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x \ln a f(a^x)$
 - C. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) + a^x \ln a f(a^x)$
 - D. $\frac{1}{1+x^2}f(\arctan x) - a^x \ln x f(a^x)$

7.《义务教育数学课程标准(2011年版)》指出,教学中应当注意几个重要关系,其中不包括()的关系。

- A. 合情推理与演绎推理
- B. “预设”与“生成”
- C. 面向全体学生与关注学生个体差异
- D. 理论与实践

8.《义务教育数学课程标准(2011年版)》“四基”中“数学的基本思想”主要指的是①数学抽象思想;②数学推理的思想;③数学建模的思想。其中正确的是()。

- A. ①
- B. ①②
- C. ①②③
- D. ②③

二、简答题(本大题共5小题,每小题7分,共35分)

9. 求到平面 $4x - 2y - 4z - 5 = 0$ 的距离等于2的点的轨迹方程。

10. 计算积分 $\int x \arctan x dx$ 。

11. 已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} a & 2 \\ c & 1 \end{bmatrix}$, 若矩阵 M 属于特征值 3 的一个特征向量 $\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。求矩阵 M 的逆矩阵 M^{-1} 。

12. 教师可以从哪些方面培养学生发现问题和提出问题的能力？

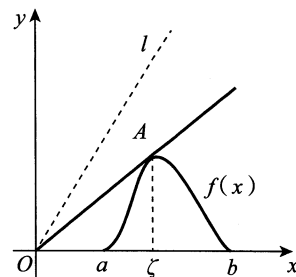
13. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》在课程总目标中指出,数学课程应使得学生能够学会与他人合作交流,养成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯。请简述如何设计有效的合作学习。

三、解答题(本大题共 1 小题,10 分)

14. 如图所示,设 $0 < a < b$, 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可微, 且 $f(x) > 0$, $f(a) = f(b) = 0$. 设 l 为绕原点 O 可转动的细棍(射线), 放手后落在函数 $f(x)$ 的图像上并支撑在点 $(\zeta, f(\zeta))$, 从直观上看,

$$f'(\zeta) = \frac{f(\zeta)}{\zeta}. \quad (*)$$

证明: 函数 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $x = \zeta$ 处取得最大值, 并证明 $(*)$ 式。



四、论述题(本大题共 1 小题,15 分)

15. 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》指出:“模型思想的建立是学生体会和理解数学与外部世界联系的基本途径。建立和求解模型的过程包括:从现实生活或具体情境中抽象出数学问题,用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题的数量关系和变化规律,求出结果、并讨论结果的意义。这些内容的学习有助于学生初步形成模型思想,提高学习数学的兴趣和应用意识。”请举例论述数学建模对学生学习数学的影响。

五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. “二元一次方程组的应用”的教学片段。

师:同学们,我们之前列一元一次方程解应用题的步骤是什么?其关键点是哪两点?

生1:①审题,即分析题目中的已知量、未知量以及数量关系;②找出题目中的等量关系;

③设未知数;④根据等量关系列出方程;⑤求方程的解;⑥验证方程的解是否正确。

生2:关键点是找出题中的等量关系和准确地列出正确的方程。

师:回答得不错。下面我们通过一道经典的例题来感受一下上节课我们学过的二元一次方程组的应用。

出示例题:今有鸡兔同笼,已知有35个头,94只腿,问鸡兔各有多少?

师:请同学们仔细审题,找出等量关系,解决问题。

学生自主审题并进行解答,教师巡视指导,找学生板书演示解题过程。

教师分析学生的解题过程,给予适当评价。

教师带领学生分析题目:

鸡的头 + 兔子的头 = 35;

鸡的腿 + 兔子的腿 = 94;

教师根据题目进行提问:本题中的等量关系是什么?已知量和未知量各是什么?还有没有其他的方法?

生1:等量关系是鸡和兔子共有35只,鸡的两只脚和兔子的四只脚一共有94只,没有想到别的方法。

生2:已知量是有35只头,94只脚,未知量是鸡和兔的数量。除了设鸡的数量为未知量,还可以设兔的数量为未知量。

师:同学们回答得都不错。看来都掌握得差不多了,下面再通过一道习题练习一下吧。

出示习题:甲、乙两人从相距36千米的两地相向而行。如果甲比乙先走2小时,那么他们在乙出发后经2.5小时相遇,如果乙比甲先走2小时,那么他们在甲出发后经3小时相遇;求甲、乙两人每小时各走多少千米?

教师巡视指导,对个别学生进行重点指导,详细讲解,订正答案。

课堂小结:

1. 列表和画线段能有效地帮助我们分析问题,找到等量关系;
2. 自主总结应用二元一次方程组解决实际问题的基本步骤;
3. 列二元一次方程组的关键是什么?

根据以上教学片段,回答下列问题:

- (1) 该教师教学片段的设计意图;(8分)
- (2) 简要评析该教师的教学行为,谈谈怎样提高数学课堂提问的有效性。(12分)

六、教学设计题(本大题共 1 小题,30 分)

17. 求解一元二次方程的核心思想是“降次”,将一元二次方程转化为一元一次方程。《义务教育数学课程标准(2011 年版)》要求:理解配方法,能用配方法、公式法、因式分解法解数字系数的一元二次方程。

请完成下列任务:

- (1) 请至少说出 3 种课标要求中解一元二次方程的方法所包含的降次过程;(5 分)
- (2) 设计公式法解一元二次方程的主要教学过程;(15 分)
- (3) 运用因式分解法计算一元二次方程比较简单,初中常用的因式分解法是十字相乘法,请写出十字相乘法的主要步骤。(10 分)